

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Синергетика” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки  
магістрів  
(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальності (напрямку) 105 Прикладна фізика та наноматеріали  
спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни – вивчення теорії самоорганізації (синергетики) біологічних та хімічних систем, у тому числі просторово стійких структур, у середовищах різної фізичної природи.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни: надати необхідний обсяг знань з синергетики, а саме з наступних питань: рішення рівняння дифузії (лінійна крайова задача), визначення стійкості гомогенних стаціонарних станів розподіленої системи, лінійний аналіз стійкості гомогенних стаціонарних станів системи двох рівнянь типу реакція-дифузія, умови виникнення нестійкості Тьюрінга, умови виникнення коливальної нестійкості, елементи теорії катастроф, базові моделі розподілених біологічних систем; навчити якісному аналізу розподілених моделей та чисельним методам рішення систем нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних на ПК з використанням математичних програмних пакетів.

1.3. Кількість кредитів – 5.

1.4. Загальна кількість годин – 150.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
5-й	-й
Семестр	
9-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
16 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
102 год.	год.
Індивідуальні завдання	
10 год.	

1.6. Заплановані результати навчання: студенти мають знати теоретичний матеріал з курсу – рішення рівняння дифузії (лінійна крайова задача), визначення стійкості гомогенних стаціонарних станів розподіленої системи, лінійний аналіз стійкості гомогенних стаціонарних станів системи двох рівнянь типу реакція-дифузія, умови виникнення нестійкості Тьюрінга, умови виникнення коливальної нестійкості, елементи теорії катастроф, базові моделі розподілених біологічних систем;

вміти проводити якісний аналіз розповсюджених моделей та за допомогою чисельних методів знаходити рішення систем нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних на ПК з використанням математичних програмних пакетів.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

**Розділ 1.** Моделі самоорганізації біологічних систем, що описуються одним рівнянням типу «реакція-дифузія».

### *Тема 1. Розподілені біологічні системи.*

Розподілені системи, активні середовища, їх ознаки та стан, синергетика, самоорганізація. Автохвилеві процеси та їх типи. Приклад - реакція Білоусова-Жаботинського. Модель розповсюдження різних режимів збудження по нейронній сітці. Модель хімічної реакції (розповсюджена система). Порівняння лінійного аналізу стійкості стаціонарних станів точечної системи двох рівнянь та лінійного аналізу стійкості гомогенного стаціонарного стану розподіленої системи двох рівнянь. Нестійкість Тьюрінга. Приклади.

### *Тема 2. Рівняння «реакція-дифузія».*

Моделі розподілених систем у загальному вигляді: системи нелінійних диференціальних рівнянь у часткових похідних, дифузія та взаємодія між компонентами системи, джерело та стік, протиборство дифузії та взаємодії. Рівняння дифузії у одномірному реакторі: одномірний реактор, закон Фіка для дифузійного потоку через перетин; рівняння просторово-часової еволюції  $C(r, t)$  у випадку дифузії. Отримання рівняння дифузії у диференціальній формі через розглядання випадкового блукання частинок (одномірний випадок). Отримання рівняння дифузії з конвекцією (одномірний випадок). Отримання рівняння дифузії у диференціальній формі через розглядання випадкового блукання частинок (двовірний випадок). Узагальнення рівняння для випадку тривірного (багатомірного) простору. Узагальнення рівняння для випадку багатьох речовин. Урахування наявності джерела та стоку речовини. Приклади з популяційної динаміки. Ефект Оллі. Приклади. Початкові та граничні (крайові) умови: типи граничних умов.

### *Тема 3. Рішення рівняння дифузії (лінійна крайова задача).*

Рішення однорідного рівняння дифузії з нульовими початковими і нульовими граничними умовами 1 роду: метод розділення змінних, власні значення і власні функції задачі Штурма–Ліувілля, графічний вигляд окремих рішень для різних номерів гармонік, загальне рішення, врахування початкових умов, функція миттєвого джерела. Рішення однорідного рівняння дифузії з нульовими початковими і граничними умовами 2 роду. Рішення неоднорідного рівняння з нульовими початковими і нульовими граничними умовами. Рішення загальної крайової задачі (врахування початкових і граничних умов).

### *Тема 4. Стійкість однорідних і неоднорідних по простору стаціонарних станів.*

Якісний аналіз моделей для вивчення стійкості стаціонарних станів розподілених систем. Аналіз лінеаризованої системи для встановлення границь області параметрів, в якій виникає нестійкість гомогенного стаціонарного стану. Задача про стійкість стаціонарних станів розподілених систем на прикладі одного автономного рівняння з однією просторовою змінною: задача з крайовими і початковою умовою, заданою як внесення збурення, отримання рівняння для збурення і аналіз поведінки збурення у часі. Гармоніки початкового збурення, що приводять до розвитку збурень стаціонарного однорідного стану. Знаходження найвищої незгасаючої гармоніки. Дослідження стійкості неоднорідних у просторі стаціонарних станів. Приклад дослідження стійкості однорідних стаціонарних станів одного рівняння типу «реакція–дифузія».

*Тема 5. Розповсюдження концентраційної хвилі в системах з дифузією.*

Модель поширення фронту хвилі Петровського-Колмогорова-Піскунова. Взаємодія процесів розмноження і дифузії. Локальні функції розмноження. Автомодельна змінна. Модель поширення амброзіївого листоїда.

**Розділ 2.** Дифузійна та хвильова нестійкість. Дисипативні структури.

*Тема 6. Стійкість однорідних стаціонарних рішень системи двох рівнянь типу «реакція-дифузія». Нестійкість Тьюринга і дисипативні структури.*

Лінійний аналіз стійкості гомогенного стаціонарного стану системи двох рівнянь типу реакція-дифузія. Залежність дійсних частин коренів характеристичного рівняння (комплексних частот) від хвильового числа. Нестійкість Тьюринга і умови її виникнення, умови, що накладаються на параметри лінеаризованої системи. Структури Тьюринга (дисипативні структури). Число хвиль на відрізуку. **Приклад:** Лінійний аналіз стійкості гомогенного стаціонарного стану розподіленого «брюселятора». Дисипативні структури поблизу порогу нестійкості. Локалізовані дисипативні структури. Лінійний аналіз системи реакція-електродифузія. Типи просторово-часових режимів.

*Тема 7. Коливальна (хвильова) нестійкість та автоколивальні системи.*

Автоколивальні системи в лінійних і нелінійних системах. Граничний цикл. Біфуркація Андронова-Хопфа, м'яке збудження коливань. Коливальна нестійкість, структури Хопфа. Біжучі хвилі. Стоячі хвилі. Синфазні коливання. Аперіодичні коливання. **Приклад:** Параметрична діаграма брюселятора. Біфуркаційна діаграма для розподіленої моделі брюселятора. Умова взаємодії режимів Тьюринга і Хопфа. Аналіз моделі Ван дер Поля.

*Тема 8. Теорема зведення.*

Теорема зведення для біфуркації сідлового типу. Теорема зведення для біфуркації фокусного типу. М'який і жорсткий режими біфуркацій. Елементи теорії катастроф Рене Тома. Вплив довжини реактора, початкових та граничних умов на дисипативні структури.

*Тема 9. Базові моделі дисипативних структур.*

Контрастні дисипативні структури та умови їх виникнення. Зведення довільної моделі до базових моделей дисипативних структур типу "складки" і "збірки". Пічкові дисипативні структури та дисипативні структури сходинкоподібного типу. Умови зведення моделей до одного з типів ("складка" або "збірка") у загальному випадку.

**3. Структура навчальної дисципліни**

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Моделі самоорганізації біологічних систем, що описуються одним рівнянням типу «реакція-дифузія».</b>												
Тема 1. Розподілені біологічні системи.	10	4				6						
Тема 2. Рівняння «реакція-дифузія»	34	6	6			22						
Тема 3. Рішення рівняння дифузії	36	4	4			28						

(лінійна крайова задача).												
Тема 4. Стійкість однорідних і неоднорідних по простору стаціонарних станів.	12	2	2			8						
Тема 5. Розповсюдження концентраційної хвилі в системах з дифузією.	8	2				6						
Контрольна робота 1	2		2									
Разом за розділом 1	102	18	14			70						
<b>Розділ 2. Дифузійна та хвильова нестійкість. Дисипативні структури.</b>												
Тема 6. Стійкість однорідних стаціонарних рішень системи двох рівнянь типу реакція–дифузія. Нестійкість Тьюринга і дисипативні структури.	13	4				9						
Тема 7. Коливальна (хвильова) нестійкість та автоколивальні системи.	13	4				9						
Тема 8. Теорема зведення.	13	4				9						
Тема 9. Базові моделі дисипативних структур.	7	2				5						
Контрольна робота 2	2		2									
Разом за розділом 2	48	14	2			32						
<b>Усього</b>	<b>150</b>	<b>32</b>	<b>16</b>			<b>102</b>						

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>Розділ 1. Моделі самоорганізації біологічних систем, що описуються одним рівнянням типу «реакція-дифузія».</b>		
1	<i>Тема 2. Рівняння «реакція-дифузія».</i> Рішення задач (дії з операторами та рівняннями дифузії, визначення «реакції» за схемою, визначення початкових та граничних умов)	6
2	<i>Тема 3. Рішення рівняння дифузії (лінійна крайова задача).</i> Рішення задач з пошуку власних значень та власних функцій. Чисельне рішення рівняння дифузії в диференціальній формі.	4
3	<i>Тема 4. Стійкість однорідних і неоднорідних по простору стаціонарних станів.</i> Рішення задач з дослідження стійкості однорідних стаціонарних станів одного рівняння типу «реакція–дифузія».	2
4	<b>Контрольна робота 1</b>	2
<b>Розділ 2. Дифузійна та хвильова нестійкість. Дисипативні структури.</b>		

7	<b>Контрольна робота 2</b>	2
	Разом	16

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
<b>Розділ 1.</b> Моделі самоорганізації біологічних систем, що описуються одним рівнянням типу «реакція-дифузія».		
1	<i>Тема 1. Розподілені біологічні системи.</i> Робота над теоретичними питаннями.	6
2	<i>Тема 2. Рівняння «реакція-дифузія».</i> Робота над теоретичними питаннями. Рішення задач.	22
3	<i>Тема 3. Рішення рівняння дифузії (лінійна крайова задача).</i> Робота над теоретичними питаннями. Рішення задач. Чисельний аналіз моделі. Індивідуальне завдання - розрахунково-графічна робота.	28
4	<i>Тема 4. Стійкість однорідних і неоднорідних по простору стаціонарних станів.</i> Робота над теоретичними питаннями. Рішення задач.	8
5	<i>Тема 5. Розповсюдження концентраційної хвилі в системах з дифузією.</i> Робота над теоретичними питаннями.	6
<b>Розділ 2.</b> Дифузійна та хвильова нестійкість. Дисипативні структури.		
6	<i>Тема 6. Стійкість однорідних стаціонарних рішень системи двох рівнянь типу реакція–дифузія. Нестійкість Тьюринга і дисипативні структури.</i> Робота над теоретичними питаннями.	9
7	<i>Тема 7. Коливальна (хвильва) нестійкість та автоколивальні системи.</i> Робота над теоретичними питаннями.	9
8	<i>Тема 8. Теорема зведення.</i> Робота над теоретичними питаннями.	9
9	<i>Тема 9. Базові моделі дисипативних структур.</i> Робота над теоретичними питаннями.	5
	<b>Разом</b>	<b>102</b>

### 6. Індивідуальні завдання.

Розрахунково-графічна робота за темою 3: «Чисельний аналіз певної моделі». (12 б.).

### 7. Методи контролю

Контрольні роботи. Рішення задач на практичних заняттях біля дошки, опитування, виконання завдань для самостійної роботи, індивідуальне завдання, екзамен.

### 8. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом		Індивідуальні завдання		
T1-T5	T6-T9	1	2	T3		
15	7	14	12	12	60	100

T1, T2 ... – теми розділів. Поточний контроль: 22 бали в рамках тем T1-T12 передбачено за роботу на відповідних практичних заняттях, виконання завдань для самостійної роботи, результати опитування.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

### 9. Рекомендована література

#### Основна література

1. Ризниченко Г. Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. М. – Ижевск, 2010. – 560 с.
2. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическое моделирование в биофизике. – М. – Ижевск, 2003. – 402 с.
3. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическое моделирование в биофизике. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1975. — 344 с.
4. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическая биофизика. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. — 304 с.
5. Анісімов І.О. Синергетика. – Навчальний посібник. – Київ: Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2006. - 133 с.
6. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику М.: Наука, 1990. - 272 с.
7. Хакен Г. Синергетика: Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах М.: Мир, 1985. - 423 с.

#### Допоміжна література

1. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. - М.: Мир, 1979. - 308 с.
2. Простон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения М.: Мир, 1980.- 608 с.
3. Чалий О.В. Синергетичні принципи освіти та науки. - К.: АПН України, НМУ ім. О.О. Богомольця, 2000. - 253 с.

### 10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. Emerging Behavior and Spatiotemporal Chaos in Reaction-Diffusion Models: GPU-accelerated simulations in a web browser over the internet. WebGL Programs [http://www.thevirtualheart.org/webgl/DS\\_SIAM/SIAM\\_webgl\\_pattern\\_formation.html/](http://www.thevirtualheart.org/webgl/DS_SIAM/SIAM_webgl_pattern_formation.html/)
2. Dynamical Systems Web – Software, Media Gallery, Course materials and tutorials. <https://dsweb.siam.org/Education/TabId/794/PID/1957/evl/0/CategoryId/116/CategoryName/Course-Materials/Default.aspx>
3. Ризниченко Г.Ю. Курс лекцій «Биоинформатика и математическое моделирование» <http://mathbio.ru/lectures/>